**Функции  и .**

*Определение.* Функция , где  называется обратной пропорциональной зависимостью. График этой функции называется гиперболой.

Точка  – центр гиперболы, Ось – вертикальная её асимптота, ось – горизонтальная.

*Свойства функции *

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 1 |  | |
| 2 |  | |
| 3 | Нечётная, так как | |
| 4 | Корней нет | |
| 5 | *ИЗП* | |
|  |  |
| 6 | *Монотонность.* | |
| на от *0* до  наотдо *0* | на от *0* до  наот  до *0* |
| 7 | Пересечение с осьюне существует | |
| 8 | Экстремумов нет | |
| 9 | Наибольшего, наименьшего нет | |
| 10 | Не ограничена | |
| 11 | Не периодична | |
| 12 | *Асимптоты*  – вертикальная её асимптота  – горизонтальная асимптота. | |
| 13 | *График* | |
|  |  |

**Дробно-линейная функция.**

*Определение.* Функция  называется дробно-линейной функцией.

*Замечания.* 1.Если а , то получаем линейную функцию. Её

графиком является прямая.

2. Если но , то получаем , то есть

для всех  функция является постоянной и её график вновь прямая. Эти два случая изучены, и в дальнейшем мы будем считать, что и .

***Очень важное замечание.*** Заметим, что (поделим почленно)=.

Итак, . График нашей функции получается из графика функции ** (**где **)** сдвигом на () вправо, если или влево, если . Затем поднимаем график на  единиц вверх, если или опускаем вниз, если .

*Свойства функции* , *где* *и* .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |
| 1 |  | | |
| 2 | *Чётностью-нечётностью* не обладает (кроме частного случая, когда она нечётна) | | |
| 3 | *Корни* | |  |
| (если , то корней нет) | | |
| 4 | *Пересечение с осью* | | |
|  | , если (если , то пересечения с нет) | | |
| 5 | *Монотонность.* | | |
| на от до  наотдо | | на от  до  наот  до |
| 6 | Экстемумов нет (по строгой монотонности) | | |
| 7 | Не периодична(по строгой монотонности) | | |
| 8 |  | | |
| 9 | Наибольшего, наименьшего нет (по множеству значений) | | |
| 10 | Не ограничена (по множеству значений) | | |
| 11 | *Асимптоты*  – вертикальная её асимптота  – горизонтальная асимптота. | | |
| 12-  13 | *ИЗП и график* | | |
| **Случай 1.** | | |
|  |  |  | |
|  | **Случай 2.** | | |
|  |  |  | |